

市場流動性と資金流動性を考慮した 不動産価格評価の研究

飯沼 綱平

目 次

1. 研究の背景と目的
2. 既存研究とその課題
3. 市場流動性と資金流動性を加味したモデル
4. 数値実験
5. インプリケーション
6. 結論

1. 研究の背景と目的

アメリカ大手証券会社リーマンブラザーズ証券の破綻に端を発し、世界規模であらゆる金融商品価格が下落した。「100年に一度」と表現される世界同時不況の中でも、特に不動産の価格下落は大きく、約1年経った現在でも未だに下落に歯止めがかからない。ここまで価格下落が深刻になった原因の一つに流動性の問題があると考えられる。

流動性という概念は使用者により異なるが、ここでは金融庁の監督指針¹ (2009) にもあるように二つの流動性、市場流動性と資金流動性を定義し、議論を進める。一般的に、単に流動性といったときには、このどちらかを指すことがほとんどである。

市場流動性とは、取引のしやすさを表すものである。例えば市場が混乱して取引ができず、通常よりも著しく不利な価格での取引を余儀なくされる場合は市場流動性に問題があったことになる。この理由としては、①情報が非対称性であること、②市場参加者が限られること、③探索コストがかかること等が挙げられる。不動産取引について、一般的に買い手の情報が売り手の情報よりも劣っていることが多い。売り手は不動産をそれまで保有してきたために情報が蓄積されているからである。また、市場に参加する需要者と供給者の数が限られている。さらに、取引を行おうとしたときに、相手を探す行動が求められ、追加的なコストがかかる市場となっている。金融工学が応用されている株や債券といった市場に比べて、不動産

市場は市場流動性が問題になりやすい。

一方、資金流動性とは、企業や投資家が事業を継続もしくは拡大するにあたり、自由に資金を調達できるかを表すものである。資金を調達できるかどうかは、企業や投資家といった調達者の財務の健全性と資金を供給する銀行等の体力・経営方針によって決まる。さらに、景気動向は、調達者、銀行双方に影響を与える。昨今、不動産業界では黒字倒産が散見された。これは、決算上は黒字であるにも関わらず、業務上必要な資金を調達できなかったために資金繰りに行き詰まり倒産に至った例である。背景には調達者の財務状況が急激に悪化したことおよび銀行の不動産業界への経営方針の変化したことがあると考えられる。不動産投資においては、借入を行い不動産に投資することが一般的であり、この資金流動性は投資の成否を司る一部であり、重要な意味を持っている。

本論文の目的は、市場流動性と資金流動性を考慮した不動産価格評価の理論を提案することである。借入を前提とした不動産投資を対象とした場合には、既存の金融工学をそのまま用いることは適切でなく、不動産市場に適したモデルを開発することが重要である。さらに、本モデルの数値実験を行いこの新しい不動産価格評価の有効性を示す。特に、クラッシュ時の不動産流動性スパイラル現象のメカニズムを明らかにする。

本論文の構成は、まず第2章で既存研究とその課題について述べ、第3章で不動産市場の流動性問題を考慮したモデルを構築し、第4章においてモデルを使用した数値実験を行い実際の市場で起こっている現象との関係を説明し、第5章においてモデルから推定できることを述べ、第6章において結論と今後の課題について言及する。

2. 既存研究とその課題

一般的な金融工学は、暗黙のうちに

- (1) 市場参加者間では、自由な競争が保たれている。
 - (2) 取引コストがない。
 - (3) 情報の非対称性がなく、すべての市場参加者は瞬時に情報を得ることができる。
 - (4) 対象とする資産の数量は無限に存在し、かつ無限に分割することができ、いかなる需要にも対応できる。
 - (5) 資産を購入するにあたり、購入資金を自由に貸借できる。
 - (6) 対象資産について空売りを含めて、無限に売却することができる。
 - (7) 収益もしくは効用の最大化を目的とする。
- ことが前提とされている。

市場流動性に影響を与える項目は、(1), (2), (3), (4)であり、また資金流動性の定義は(5)

である。株や債券を対象とした場合には、これら流動性の影響は軽微である一方、不動産を対象とした場合にこれらの条件を調整していく必要がある。

不動産金融工学で古典とされている Quan and Quigley (1991) では、(2)と(3)の問題を取り扱っている。彼らは、Rubinstein (1982) の完全均衡のメカニズムに基づき、不完全情報、探索コスト、および変化する期待といった要因によって特徴をもつ不動産市場のモデルを示した。

一方、不動産ではないものの実際の市場に近づけるべく、Duffie, Garleanu and Pedersen (2007) の完全市場の条件を緩和した研究では、(2)のコストに着目し、取引を行うにあたり取引相手を探すコストと交渉するコストが店頭取引市場ではかかるとしている。これらの行動が流動性と関係があると捉え、このコストが低い場合には流動性があり取引の買値と売値の差が小さくなる。反対に、コストが高い場合には非流動的となり、対象資産の価格が下落するとしている。これを不動産に応用した Lin and Vandell (2007) では、不動産の価格決定メカニズムを示した。ここでも、株や債券と異なり、不動産は全く同一なものがないことから、中央市場がなく市場が分散され、取引を行うためにはコストがかかるとしている。特に売るときに時間がかかり、この時間が確定していないことによるコストが多い。特に保有期間が短いとこのコスト負担が大きくなる。そしてこの結果は実際の不動産取引と整合的と結論づけている。

不動産の市場流動性が与える影響について、Krainer J (2001) は市場の状態を“Hot”と“Cold”に分けて分析を行っている。“Hot”の状況では価格が上昇し、売するための時間が短くて済み、取引量も多くなり、“Cold”のときはその逆である。そして、買い手・売り手ともに取引相手を探すコストが流動性の問題を引き起こしているとしている。

また、Kawaguchi, Shilling (2007) も株と不動産は異なることを説明し、市場流動性が商業不動産に与える影響を研究している。非流動的な場合は、将来期待収益率が高くなること、高金利と期待収益率に強い相関があることとの研究結果を発表している。期待収益率の上下は流動性と関係があると結論づけている。

ただ、これらの論文では流動性に関して、市場流動性のみを対象としているために、(5)の資金流動性のリスクの観点が出ていない。資金流動性とは、事業を継続・拡大するにあたり必要な資金を調達できるか否かの資金繰りについてである。例えば、金融庁の監督指針(2009)においても、流動性リスクを市場流動性リスクと資金繰りリスクから構成されるとしており、この二つのリスクについて適切に内部管理体制を整備するように指導している。実際、不動産業界では、リーマンショック以降に黒字倒産が観測されたが、これは資金を調達できなかったために倒産した事例であり、資金流動性のリスクが顕在化したケースであった。不動産を研究対象とした場合には、資金流動性はより重要な意味を持つ。

そこで、より不動産の市場に近づけるべく、市場流動性と資金流動性をともにモデルに取

り込む必要がでてくる。これを行った代表例が Brunnermeier and Pedersen (2009) である。彼らは、取引に伴い担保が必要になると仮定し、この二つの流動性リスクを結びつけたモデルを開発した。ただし、ここでは対象となる資産を特定しておらず、一般的な資産を対象としているために、市場参加者が自由に売買でき、かつ空売りもできることを前提としている。そこで、本論文では、不動産を研究対象として (A) 空売りを禁止すること、(B) 実際の不動産市場では、貸借対照表や損益計算書から得られる財務諸表を条件として取引を行うことが多いこと、(C) 単位面積あたり価格と数量の概念を導入すること、これらを考慮して不動産の市場への適用を検討する。

3. 市場流動性と資金流動性を加味したモデル

不動産における市場流動性と資金流動性を加味したモデルを構築する。本論文では不動産が本来もっているか価格（以下、本来価格）と市場で取引している価格（以下、市場価格）との差を市場流動性を測る尺度とする。本来価格と市場価格に乖離がある場合とは、市場流動性がないケースであり、この乖離がないときには市場流動性が確保されている。一方、投資家は必要な資金を無限に調達できるわけではなく、ある水準までしか借入を行うことができない。これが資金流動性の制約である。投資家が資金を調達しようとしてときに、資金を供給する側は債権を保全するために資金が最終的に返済されるかについて財務諸表等を使って審査を行う。様々な財務指標の中で、特に負債比率（Loan To Value 以下、LTV）を重要視する。本論文では、LTV を資金流動性の制約を司る指標とする。モデルにおける市場参加者は、投資家、投資家と取引を行う顧客、投資家へ資金を供給する銀行とする。

3.1. 本来価格と市場価格の設定

2 期間モデルとして、時刻 t は ($t = 0, 1, 2$) とする。本来価格 v_t 及び市場価格 p_t は、フィルター付確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, \{\mathcal{F}_t\}_{t \in \{0, 1, 2\}}, P)$ で定義される確率変数とする。金利は 0% とし、本来価格及び市場価格はマルチンゲールとする。価格のボラティリティ σ_t は、Engle [1992] によって提案された ARCH モデル (Autoregressive conditional heteroskedasticity) に従うとする。ARCH モデルでは、 t 期のボラティリティを $t-1$ 期に既に値がわかっている変数だけの確定的な関数として表現する。 ε_t は、i.i.dⁱⁱ とする。

$$V_{t+1} = V_t + \sigma_{t+1} \varepsilon_{t+1}$$

ボラティリティ σ は、次の式を満たすとする。

$$\sigma_{t-1} = \sigma + \theta |\Delta v_t|$$

$$\Delta v_t = v_t - v_{t-1}$$

ここでは、 $\sigma, \theta \geq 0$ を満たす定数とする。 θ がプラスということは、前期の価格変化が米期のボラティリティの大きさを増加させる方向に働くということである。市場価格 p_t も上記設定と同様とする。

不動産の場合は、既に述べたように本来その不動産がもっている価値から計算される本来価格と市場で観測される市場価格に開きが生じるケースがある。本来価格 v_t と市場価格 p_t との差 Λ_t を以下のように定義し、その絶対値 $|\Lambda_t|$ を市場流動性の指標とする。

$$\Lambda_t = p_t - v_t$$

ただし、貸出当初 ($t=1$) は本来価格と市場価格が異なることがありえるが、次の時点 ($t=2$) においては価格が収束し、この二つの価格が等しくなるとする。

3.2. 市場参加者の設定

市場参加者は、投資家（不動産に投資をする人）、顧客（投資家の取引相手）、銀行（投資家への資金供給者）の3者とする。時刻 $t=0$ において、顧客 ($k=0,1$) は、 W^k の富を所有している。また、顧客は投資家と取引を行う際の需要は y^k とする。また、顧客の効用関数は、CARA 型効用関数ⁱⁱⁱ (Constant absolute risk aversion) とし、 $U(W^k) = -\exp(-\gamma W^k)$ とする。ここで、 W^k は顧客 k の富を、 γ を顧客間で共通なリスク回避係数、また z をモデル外で与えられる需要に影響を与える定数とする。将来時点の顧客の富は、以下ようになる。

$$W_{t+1}^k = W_t^k + (p_{t+1} - p_t) (y_t^k + z^k)$$

顧客の富 W に関する効用関数 $U(W) = -\exp(-\gamma W)$ の期待値について、将来時点である2期目の効用を最大になるように1期目の需要 y_1 を決定する。

$$E_1[U(W)] = E_1 \left[-e^{-\gamma W_2} \right]$$

$$= -e^{-\gamma (E_1[W_2] - \frac{1}{2} \gamma \text{Var}[W_2])}$$

ここで、

$$W_2 = W_1 + (p_2 - p_1) (y_1 + z)$$

を使い、需要 y_1 を求めると

$$y_1 = \frac{V_1 - p_1}{\gamma(\sigma_v)^2} - z$$

となる。市場価格 p_1 と顧客の需要 y_1 は一次関数となっている。

一方、投資家についても同様に定義し、投資家の投資額 A_t は以下のように変化する。

$$A_t = A_{t-1} + (p_t - p_{t-1})x_{t-1} + \eta_t$$

投資家の独立なショック η_t は、他より与えられる外生要因で決まるものとする。投資家は不動産以外にも投資を行い、その投資の損益が独立なショックとして投資家の富に影響を与えたとする。つまり、本モデル外で与えられた投資結果に影響を受けるとしている。 x は投資家の不動産への投資量とする。

3.3. LTV の設定と資金流動性

実務の世界で使われている資金流動性の制約条件を付加する。投資家が銀行等資金供給者に借入を申し込むとき、財務制限条項^{iv}を借入の条件として提示されることがある。財務制限条項の種類としては、経常利益の黒字額などの損益計算書に関するものや純資産額などの貸借対照表を用いたものがある。

本モデルでは、不動産融資における財務制限条項の基準として最も利用されている負債比率（資産に対する借入金額の割合）を使う。負債比率が高いということは、資産の購入にあたって借入金の依存度が高いということで、低い場合に比べて投資家の体力が財務上脆弱であることを意味する。保有している資産価値が下落したときには負債比率は高くなり、資産価値が上昇したときには負債比率は低くなる。また、負債比率が低いということは、投資にあたって投資家が自己資金を多く保有していることになり、銀行から見て債権保全の確率が高いといえる。財務制限条項として負債比率がある一定数字以下に保つことを投資家に求める。表記を節約するために、以下ではこの一定値自体を *LTV* と書く。

投資家の投資対象資産額を A_t （時価）、借入金を D_t （投資期間で一定とする）、自己資金を C_t とすると、*LTV* を使った財務制限条項は、

$$D_t / A_t < LTV$$

資産額を A_t 、借入金を D_t 、自己資金を C_t の関係は、

$$A_t = D_t + C_t$$

となる。銀行は将来時点においても債務者がこの条件を満たすことを要請する。しかしながら、将来の不動産価格の変動に伴い資産価値 A_t が変化するため、将来時点におけるも変

化することになり、将来時点において D_t/A_t この財務制限条項が確実に満たされる保証はない。

そのため、将来の D_t/A_t の分布を推定し、財務制限条項が一定確率以上で満たす方法を導入する。将来時点の一定確率を満たす概念として、VAR^v を利用する。次式を満たす確率 π の値を信頼区間として定義する。

$$\pi = \Pr(D_t/A_t > LTV \mid F_t)$$

この式は、ある LTV の値を D_t/A_t が超える確率が π であることを意味し、 π は数%といった小さい数字を想定している。例えば、 $\pi = 1\%$ とした場合には、99%の確率で将来これにより、将来の不確実性のある一定確率で評価することが可能となる。

投資家が資金を調達できるかどうかは、 D_t/A_t が LTV 以下か否かによって決まる。一方、貸出を行う銀行側でも、この水準ぎりぎりでお貸出を行うとすぐに超過してしまうことがあるため、ある確率のもとで超えないように当初の貸出金額を設定する。

LTV を計算するにあたり、銀行が本来価格を知っているケースと知らないケースに分けて、その挙動を分析していく。

●銀行が本来価格を知っているケース

単位あたりの投資量（投資対象の坪数等）を x_t とし、資産額を $A_t (= x_t \times p_t)$ 、借入金を D_t 、自己資金を C_t とする。時点 $t=1$ における LTV の満たすべき条件は、

$$\begin{aligned} \pi &= \Pr\left(\frac{D_2}{A_2} > LTV \mid F_1\right) \\ &= \Pr\left(\frac{A_1 - C_1}{A_2} > LTV \mid F_1\right) \\ &= \Pr\left(-\Delta p_2 > -p_1\left(\frac{1}{LTV} - 1\right) + \frac{C_1}{x_1 \cdot LTV} \mid F_1\right) \\ &= \Pr\left(-\Delta v_2 + \Lambda > -p_1\left(\frac{1}{LTV} - 1\right) + \frac{C_1}{x_1 \cdot LTV} \mid F_1\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{1}{\sigma_2} > \left(-p_1\left(\frac{1}{LTV} - 1\right) + \frac{C_1}{x_1 \cdot LTV} - \Lambda\right)\right) \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$A_t = x_t \times p_t$$

$$A_t = D_t + C_t$$

$$p_{t+1} = p_t + \Delta p_{t+1}$$

ここで、 LTV について解くと

$$\begin{aligned} LTV &= \frac{p_1 x - C_1}{x} \left(\frac{1}{p_1 - \sigma_2 \Phi^{-1}(1 - \pi^*) - \Lambda_1} \right) \\ &= \frac{p_1 x - C_1}{x} \left(\frac{1}{p_1 - \bar{\sigma}_2 - \bar{\theta} |\Delta v_1| - \Lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

となる。ここで、VAR 計算おける、所与の π^* のもとで、

$$\bar{\sigma} = \sigma \Phi^{-1}(1 - \pi^*)$$

$$\bar{\theta} = \theta \Phi^{-1}(1 - \pi^*)$$

とおいている。

Proposition：本来価格を知っている銀行は、所与の確率 π^* のもとで、 LTV はある水準以下であると 1 期前に推定し、次式を用いて投資家・銀行の双方の合意の下に投資量 x を決定することができる。

$$x = \frac{C_1}{LTV} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta} |\Delta v_1| + \Lambda_1 + p_1 (1/LTV - 1)} \right) \quad (2)$$

LTV は市場流動性により影響を受ける。市場価格が本来価格よりも高くなった場合には、 LTV の値も大きくなる。これは、本来価格を知っている銀行にとっては、市場価格が高くなることにより、リスクが増大するためである。一方、低くなった場合には、 LTV の値が小さくなる。また、ボラティリティの増加も LTV を増加させる。これは将来の価格の不安定さが影響するためである。

●銀行が本来価格を知らないケース

Proposition：銀行が本来価格を知らない場合は、銀行は市場価格に基づいて計算するため、保有する投資量 x は以下のようになる。

$$\begin{aligned} x &= \frac{C_1}{LTV} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta} |\Delta p_1| + p_1 (1/LTV - 1)} \right) \\ &= \frac{C_1}{LTV} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta} |\Delta v_1 - \Lambda_1| + p_1 (1/LTV - 1)} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

この場合は、本来価格の価格変化と市場流動性の価格変化が LTV の上昇原因となる。また、ボラティリティの増加とともに LTV も増加する。

4. 数値実験

本章では、資金流動性がどのように価格の不安定さに影響を与えるかについて数値実験を行う。本来価格を知っている銀行と知らない銀行の双方を比較する。本来価格を知らない銀行は、価格を不安定にすること、流動性スパイラルのメカニズム、質への逃避について説明する。

4.1. 流動性の枯渇

本来価格および市場価格は、ARCH 過程に従っており、 $\sigma = 10, \theta = 0.3$ とする。当初の価格 $p_0 = 100$ とし、集められたショック $Z = -20$ とする。顧客に関しては、リスク回避係数 γ は、0.1 とする。 Z の大小で顧客の供給曲線がシフトする。投資家の当初の資産 C は 1000 とし、 LTV の制約に基づき借入を行い、不動産を購入する。VAR の信頼区間は、99% とする。これに顧客の供給曲線を合わせる。

価格が急落する原因に流動性の枯渇があると言われている。これは、取引相手がいなくなることによって価格が不安定になり、時には急落してしまう現象である。これについて数値例を用いて説明する。

●銀行が本来価格を知っているケース

銀行が本来価格を知っているケースでは、投資家の需要は双曲線となる。図 1^{vi} では、 $Z = -20$ のケース、図 2 では、 $Z = -50$ のケースである。 Z が変化することで顧客の供給曲線がシフトする。顧客の供給曲線が変化した場合であっても、必ず交点があり、価格が不安定になる状況は生まれない。

図 1

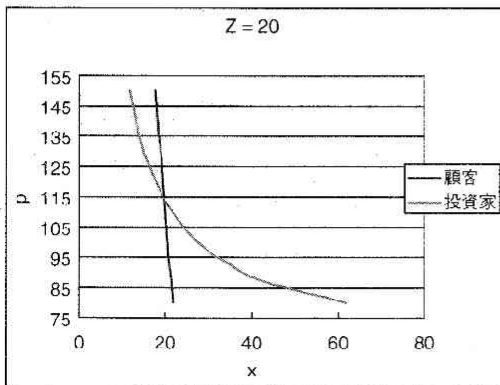
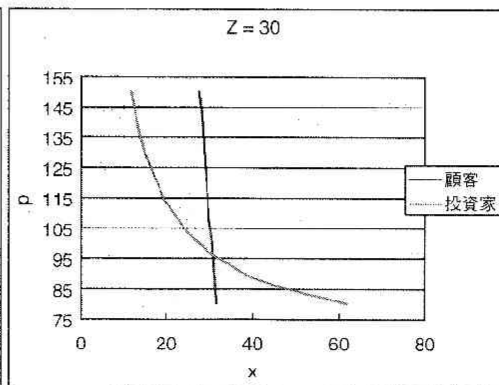


図 2



●銀行が本来価格を知らないケース

その一方、銀行が本来価格を知らないケースでは、投資家の需要曲線は以下のような曲線となり、双曲線にはならない。図3では、顧客の供給曲線を重ねると均衡点が複数存在していることを示している。図4では、顧客の供給曲線が変化した場合には、交点がなくなり、流動性が突然枯渇することになる。

図3

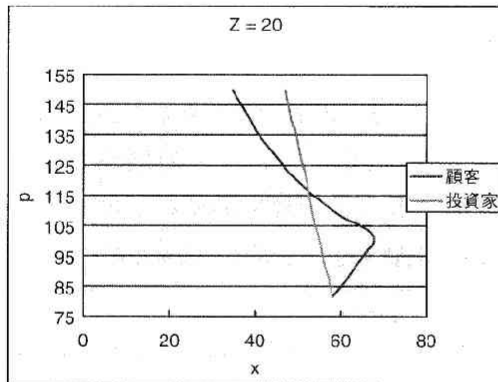
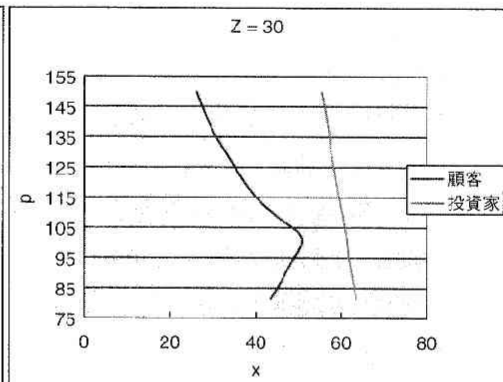


図4



Proposition：銀行が本来価格を知っている場合、 LTV の制約により設定された保有高 x と顧客の売却希望高 y との均衡点が存在する。一方、銀行が本来価格を知らない場合には、 LTV 制約により計算された保有高 x と顧客の希望売却高 y との均衡点が突然なくなることになり、市場が不安定になる。

4.2. 流動性スパイラル

「流動性スパイラル」を、ある事由により価格が下落し、その下落がさらなる下落を誘引する現象と定義する。「流動性スパイラル」には、資金流動性と市場流動性、両方が絡んでいる。実際の市場においては、この「流動性スパイラル」が発生すると、本来価格から取引価格が離れ、売りが売りを呼ぶ相場となり、価格は下落の一途を辿ることになる。

市場流動性 Λ が増加すると、上記の解析解 (1) により資金流動性を司っている D/A が上昇する。 D/A が上昇し、 LTV の上限値に達した場合は、投資家は借入金の返済を迫られることになる。投資家は資金流動性の悪化に対して、資産を売却して D/A を下げるように行動する。結果として、市場に対して売り圧力となって現れ、市場価格 P の下落を招くことになる。このようにして「流動性スパイラル」が起こる。

また、ボラティリティが上昇した場合も D/A の上昇となり、「流動性スパイラル」を招くことになる。

また、例えば取引価格が下落した場合においても D/A の上昇となり、価格の下落へとス

バイラルになる。このスパイラルは、市場流動性の欠如、本来価格の下落、ボラティリティのショックから始まる。

また、銀行側の理由により LTV の閾値を下げるようにした場合にも、「流動性スパイラル」を招く。

Proposition : 流動性スパイラルの発生原因として、市場流動性の拡大、本来価格の下落、投資家の損失拡大、ボラティリティの増加、銀行の投資家への LTV 基準変更が挙げられる。これらの要因が発生した場合には、市場全体の価格の下落が断続的に発生する流動性スパイラルに陥る可能性がある。

5. インプリケーション

流動性スパイラルの分析を行い、さらに流動性の共通化についても述べる。

5.1. 流動性スパイラル分析

本モデルの感度分析を通じて、流動性スパイラルの程度を分析し、その対処方法についても検討する。具体的には、 LTV の変化とボラティリティの変化についての感応度を述べる。

●銀行が本来価格を知っているケース

LTV が変化することにより、投資家の持ち高 x がどのように変化するかについて (2) を微分することによって以下の式が得られる。

$$\frac{x\partial}{\partial LTV} = \frac{C_1(p_1 - \bar{\sigma}_2 - \bar{\theta}|\Delta v_1| - \Lambda_1)}{[(\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta}|\Delta v_1| + \Lambda - p_1)LTV + p_1]^2}$$

●銀行が本来価格を知らないケース

同様に (3) を微分すると、

$$\frac{x\partial}{\partial LTV} = \frac{C_1(p_1 - \bar{\sigma}_2 - \bar{\theta}|\Delta v_1|)}{[(\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta}|\Delta v_1| + \Lambda - p_1)LTV + p_1]^2}$$

が得られる。

図 5

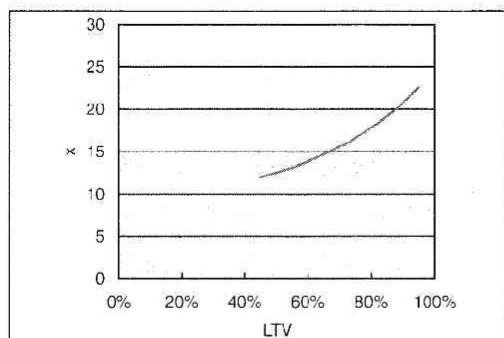


図 6

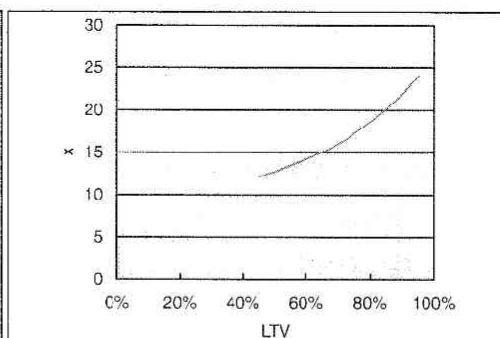


図 5 が銀行が本来価格を知っている場合で、図 6 が知らない場合の数値例である。ともに LTV が上昇することで投資量 x を増加することが可能となっている。逆に言えば、例えば貸出側である銀行が LTV の基準が低下させた場合には、投資量を減少させる必要がでてくる。

次にボラティリティの感応度についても同様に計算する。

●銀行が本来価格を知っているケース

$$\frac{\partial x}{\partial \sigma_2} = \frac{C_1}{LTV} = \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta} |\Delta v_1| + \Lambda_1 + p_1 (1/LTV - 1)} \right)^2$$

ボラティリティの上昇により、投資家は投資量を減少させる。

●銀行が市場価格を知らないケース

$$\frac{\partial x}{\partial \sigma_2} = \frac{C_1}{LTV} = \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\theta} |\Delta p_1| + p_1 (1/LTV - 1)} \right)^2$$

このケースもボラティリティの上昇により、投資家は投資量を減少させる。

以下の数値例によりグラフを示す。

図 7

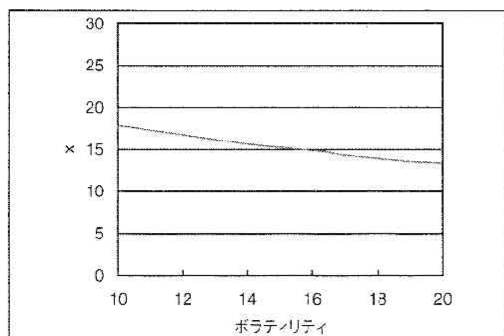
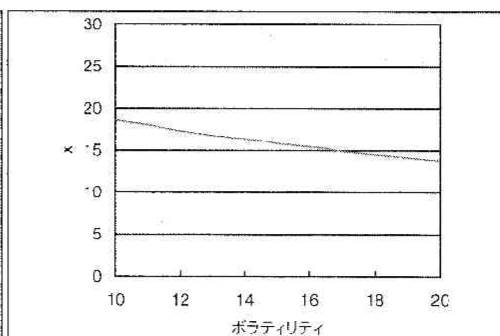


図 8



上記のグラフのようにボラティリティの上昇によって、投資家は投資量を減少させる必要がでてくる。つまり、ボラティリティが高い資産への投資はその投資量を少なくするファクターとして働いている。

Proposition：流動性危機に際しては、投資家は自らの資金流動性に対応するためにボラティリティが相対的に低い資産へ投資先を変更することで危機に対応することが可能となる。また、ボラティリティが低い資産は、市場流動性リスクも低い。

5.2. 共通化と質への逃避

次に異なる商品での流動性リスクについて検討する。一旦、流動性の危機が表面化したときには、ある一部の商品や市場にその危機がとどまることはなく、他の商品や市場にその危機が伝播して行く。つまり、今回のリーマンショックのように、価格の下落がある一部に限定されることなく、全世界のあらゆる商品に影響を与えている。

市場流動性は投資家の資金流動性の影響を受けており、市場流動性は同じ方向へ動くことになる。

Proposition：資産 m と l の市場流動性は同方向へ動く。

$$\text{Cov}(|\Lambda^m|, |\Lambda^l|) \geq 0$$

これは市場流動性危機が発生した場合に、お互いの相関係数がゼロ以上になり、同じ方向へ伝播して行くことを示している。

6. 結論

6.1. 成果

不動産における市場流動性と資金流動性という二つの流動性の関係を代表的な財務指標である LTV を使い、モデル化を行った。その結果、将来の不動産の市場流動性および資金流動性を考慮した上で、不動産への適切な投資量を決定することができることを示した。さらにこの投資量は、投資家と資金の出し手である銀行と合意できる投資量であることが特徴である。

また、本モデルおよびそれを利用した数値実験を通じて (1) 流動性は突然枯渇すること、(2) 市場流動性と資金流動性はともに関係があり、一方の変化が他方へ影響を与えること、(3) 市場流動性は不動産価格のボラティリティ水準と関係しており、高いボラティリティは LTV を上げる効果があること、(4) 投資家は、資金流動性リスクに直面すると市場供給を減

らし、質への逃避を行うこと、(5) 市場流動性は、市場とともに変動することを示すことができた。

流動性危機に対する対処方法としては、資金流動性を潤沢にすることで流動性スパイラルを抑えることができる。その役割は、中央銀行が担っていると考えられ、今回のリーマンショック以降、中央銀行が市場に対して資金を直接・間接に供給したことは、危機対応策として本モデルの結論と整合的であったと言える。

6.2. 今後の課題

今回は数値実験を行ったが、今後は実際の市場にモデルを適用することを検討したい。実際の市場でどのようなときに危機が表面化するかについてさらに研究が進むことによって、危機を事前に防止することや危機が発生したときへの対処方法もより具体的になり、今後の不動産投資におけるリスク管理に役立つと思われる。

【注】

- ⁱ 金融庁資料「主要行等向けの統合的な監督指針（平成 21 年 9 月）」Ⅲ -2-3-4 流動性リスク管理 参照
- ⁱⁱ independent identically distributed のこと。つまり、毎回の値が独立で同一な分布から生成されることを意味する。
- ⁱⁱⁱ CARA 型効用関数ほか、効用関数に関しては、池田 (2000):18-23 を参照のこと。
- ^{iv} 財務制限条項とは、銀行が貸し出しを実行するにあたって、将来の債権回収を確実にするために、財務状況が一定基準を超過し悪化した場合には、期限の利益を喪失し銀行に対して借入金を即座に返済しなければならないという条項である。資金を必要としている投資家としては守るべき条項であり、これに違反した場合はプロジェクトそのものが破綻しかねないほど重要な意味をもっている。コベナンツとも呼ばれ、シンジケートローンでは財務制限条項をつけることが一般的である。
- ^v VAR の説明は、Hull (2003):548-577 に詳しい。さらに銀行での使用方法については、Jackson, Maude, Perraudin (1997) を参照のこと。
- ^v 本ケースでは、市場価格 80 以下の場合、投資家は供給側に回るためグラフは 80 以上とした。

【参考文献】

- Abreu D, Brunnermeier MK (2003) "Bubbles and crashes" *Econometrica* 71 (1):173-204.
- Bjork T, Clapham E (2002) "On the pricing of real estate index linked swaps" *Journal Of Housing Economics* 11 (4):418-432.
- Black, F, and M.Scholes (1973) "Pricing Of Options And Corporate Liabilities" *Journal of Political Economy* 81 (3): 637-654.
- Buttimer R, Ott SH (2007) "Commercial real estate valuation, development and occupancy under leasing uncertainty" *Real Estate Economics* 35 (1): 21-56.
- Brunnermeier and Pedersen LH (2009) "Market Liquidity and Funding Liquidity" *Review Of Financial Studies* 22 (6):2201-2238.

- and Yogo M (2009) “A Note on Liquidity Risk Management” *American Economic Review* 99 (2): 578–583.
- (2009) “Deciphering the Liquidity and Credit Crunch” *Journal of Economic Perspectives*. 23 (1): 77–100.
- and LH Pedersen. (2005) “Predatory Trading” *Journal of Finance* 60: 1825–63.
- Duffie D, Garleanu N, Pedersen LH (2007) “Valuation in over-the-counter markets” *Review Of Financial Studies* 20 (6):1865–1900.
- and ——— (2002) . “Securities Lending, Shorting, and Pricing” *Journal of Financial Economics* 66: 307–39.
- and N.Garleanu (2001) “Risk and valuation of collateralized debt obligations” *Financial Analysts Journal* 57 (1): 41–59.
- and, J.Pan (1997) “An over view of Value at Risk” *Journal of Derivatives* 4 (3):7–49.
- Engle RF (1982) “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates Of The Variance Of United-Kingdom Inflation” *Econometrica* 50 (4):987–1007.
- Jackson. P, D. J. Maude, W. Perraudin (1997) “Bank Capital and Value at Risk” *Journal of Derivatives* 4 (3):73–90.
- John C Hull (2003) “*Options, Futures and Derivatives*” 5th Edition, Pearson Education, Inc (三菱証券商品開発部 訳『フィナンシャルエンジニアリング』第五版:548–577)。
- Kawaguchi, Sa-Aadu, Shilling (2007) “Do Changes in Illiquidity Affect Investors’ Expectations? An Analysis of the Commercial Property Returns”
http://realestate.depaul.edu/docs/Papers/Shilling/RE_liquidity_Risk.pdf.
- Krainer J (2001) “A theory of liquidity in residential real estate markets” *Journal Of Urban Economics* (49) 1: 32–53.
- Lin ZG, Vandell KD (2007) “Illiquidity and pricing biases in the real estate market” *Real Estate Economics* 35 (3): 291–330.
- Markowitz, H (1952) “Portfolio Selection” *Journal Of Finance* 7 (1):77–91.
- Quan D, and J. Quigley (1991) “Price Formation and the Appraisal Function in Real Estate Markets” *Journal of Real Estate Finance and Economics* 4:127–146.
- Rubinstein A (1982) “Perfect Equilibrium In A Bargaining Model” *Econometrica* 50 (1): 97–109.
- 池田昌幸 (2000) 『金融経済学の基礎』 朝倉書店。
- 刈屋武昭 (1997) 『金融工学の基礎』 東洋経済新報社。
- 刈屋・加藤・内山 (2002) 「商業用店舗賃貸不動産の価値評価 テナント・マネジメントとリアルオプション」 日本不動産金融工学会春季大会プログラム: 43–80。
- 川口有一郎 (2001) 『不動産金融工学』 清文社。
- (2003) 「不動産開発事業のためのダイナミック DCF 法とリアルオプション評価モデル」 『不動産金融工学と不動産市場の活性化』 東洋経済新聞社:183–208。
- 前川俊一 (2003) 「不動産市場における取引価格のばらつきと社会的損失」 『不動産金融工学と不動産市場の活性化』 東洋経済新聞社:67–96。